



GLADSAXE



Handleplan for matematik i Gladsaxes skoler

Indhold

Indledning.....	3
Fagsyn	5
Eksperimenterende og undersøgende matematikundervisning	8
Sproglig udvikling i matematik	15
Regnestrategier.....	23
Digitale værktøjer i matematikundervisningen	32
Elever i matematikvanskeligheder og elever med særlige forudsætninger	38
Hvor ved vi det fra?	46
Professionelle læringsfællesskaber	50
Næste skridt	54
Litteraturliste	56

Indledning

Matematik er et vigtigt fag

Matematik er en af de bærende faglige søjler i den danske folkeskole. Matematiske færdigheder og kompetencer danner således på mange måder forudsætningerne for at kunne tilegne sig faglig viden inden for en række af de andre fag i skolen: fysik og kemi, natur og teknologi, samfundsfag med flere. I det perspektiv er det helt grundlæggende for elevernes chance for succes i folkeskoleforløbet, men også i uddannelsesforløbet efter folkeskolen, at de tilegner sig nogle gode og solide matematiske færdigheder og kompetencer. Dertil kan tilføjes endnu en vigtig dimension, nemlig at faget matematik skal forstås som et dannelsesfag, hvor de matematiske færdigheder og kompetencer udgør et vigtigt afsæt for at kunne agere som en handlekompetent borger i et komplekst samfund. Igennem faget udvikles kreativitet, kritisk analyse, problemløsningsstrategier og evnen til at samarbejde – efterspurgte kompetencer i det 21. århundrede.

Øget udvikling af elevernes matematikkompetencer er et vigtigt omdrejningspunkt for denne handleplan.

Det er handleplanens centrale pointe og handlingsmæssige afsæt, at der er behov for

at skabe en fokuseret didaktisk udvikling af matematikundervisningen fra et færdighedspræget syn på matematik henimod et kompetencepræget syn.

Fælles om at udvikle matematik

Vi er allerede godt i gang på skolerne. Vi ønsker med handlingerne i denne handleplan at sætte yderligere skub i processen. Hvis vi skal opnå ambitionen om at forskyde fokus fra det færdighedsmæssige til den kompetencemæssige dimension i matematikundervisningen, er det vigtigt, at tiltagene sker på alle niveauer og med inddragelse af alle aktører på skolerne. Skoleledere og ledelsesteam på skolerne forpligter sig på at iværksætte handlinger, som er i tråd med handleplanens anvisninger. Det samme gør sig gældende for matematikvejledere og matematiklærere. Kun ved at gøre endnu mere ud fra et fælles udgangspunkt kan vi opbygge en ny og bedre matematikfaglig kapacitet på de enkelte skoler og ikke mindst på tværs af skolerne i Gladsaxe.

Planen er handleanvisende

Med lanceringen af denne matematikhandleplan lægger vi os i forlængelse af en tradition for at udarbejde handleanvisende planer

for udviklingen af det samlede skolevæsen. Således blev der i foråret 2017 lanceret en læsehandleplan for kommunens skolevæsen. Matematikhandleplanen skal være et dokument, hvor de enkelte skolars aktører kan få inspiration til, hvilke didaktiske og organisatoriske tiltag de med fordel kan sætte i værk for at styrke elevernes matematiske færdigheder og kompetencer. De beskrevne tiltag og handlinger bygger på didaktisk forskning i faget. Det er ambitionen med handleplanen, at der på initiativ af handleplansgruppen løbende afholdes workshops og seminarer om særlige delaspekter af handleplanen. Endelig skal det nævnes, at vi ønsker at styrke kapacitetsopbygningen igennem et stærkt vejledernetværk.

Et godt afsæt

Børne- og Undervisningsudvalget har formuleret en målsætning om, at eleverne på skoler-

ne i Gladsaxe Kommune ved 9. klasseprøverne skal opnå en gennemsnitskarakter i matematik, som ligger på niveau med de socioøkonomiske indikatorer. Tallene fra den seneste 9. årgang viser, at eleverne klarer sig på niveau med denne målsætning. Vi har således et særdeles positivt afsæt for at udvikle matematikundervisningen i Gladsaxe.

Læsevejledning

Denne handleplan er bygget op af forskellige emneorienterede kapitler. De fleste kapitler følger den samme røde tråd. Vi præsenterer emnet, beskriver hvorfor dette emne anses som værende vigtigt samt beskriver, hvordan man kan arbejde med dette emne. Derefter peger vi på konkrete mål og handlinger. Vi slutter hvert kapitel af med spørgsmål til refleksion i fagteamet.



Fagsyn

I matematikundervisningen skal eleverne udvikle deres matematiske kompetencer på tværs af arbejdet med forskellige matematiske områder. Kompetencetænkningen er ikke ny, men det har vist sig, at denne ændring af tankegang kan være svær for såvel elever og forældre som for undervisere og ledelse. Undervisning i faget er mange steder stadig præget af stærke traditioner og videreførelse af en praksis, hvor eleverne overvejende lærer instrumentel beherskelse af bestemte fremgangsmåder til løsning af standardopgaver med fokus på facit. Forskning viser, at denne praksis ikke altid er hensigtsmæssig for elevernes matematiklæring.

Vi skal væk fra den forklarende underviser og eleven som modtager af læring. Vi skal hen imod, at undervisningen i højere grad foregår i et samspil mellem eleverne og læreren, hvor læreren faciliterer læreprocesserne. Denne udvikling kalder på, at både lærere og ledelse arbejder ud fra didaktisk viden og forskning i kombination med praksiserfaringer.

Fælles Mål er rammesættende for, hvad der skal læres i matematik, og for hvordan der skal arbejdes med undervisningen og elevernes læring i faget. Fagets formål beskriver de overordnede linjer for matematik i skolen.



Fagformål

Eleverne skal i faget matematik udvikle matematiske kompetencer og opnå færdigheder og viden, således at de kan begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer i deres aktuelle og fremtidige daglig-, fritids-, uddannelses-, arbejds- og samfundsliv.

Stk. 2. *Elevernes læring skal baseres på, at de selvstændigt og gennem dialog og samarbejde med andre kan erfare, at matematik fordrer og fremmer kreativ virksomhed, og at matematik rummer redskaber til problemløsning, argumentation og kommunikation.*

Stk. 3. *Faget matematik skal medvirke til, at eleverne oplever og erkender matematikkens rolle i en historisk, kulturel og samfundsmæssig sammenhæng, og at eleverne kan forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse med henblik på at tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab.*

Model for planlægningen af undervisningsforløb i matematik¹:

	Hjælpemidler	Kommunikation	Repræsentation og	Ræsonnement og	Modellering	Problembehandling
Tal og algebra						
Geometri og måling						
Statistik og sandsynlighed						

1. <https://emu.dk/sites/default/files/2018-12/GSK.%20L%C3%A6seplan.%20Matematik.pdf>

Fælles fagsyn for matematik i Gladsaxe

Med arbejdet omkring denne handleplan har vi formuleret et fælles fagsyn for matematikundervisningen i Gladsaxe. Et fagsyn, som karakteriserer vores måde at tænke matematikundervisning på – et fagsyn, som har følgende kendetegn for undervisningen, læreren og eleven:

Undervisningen

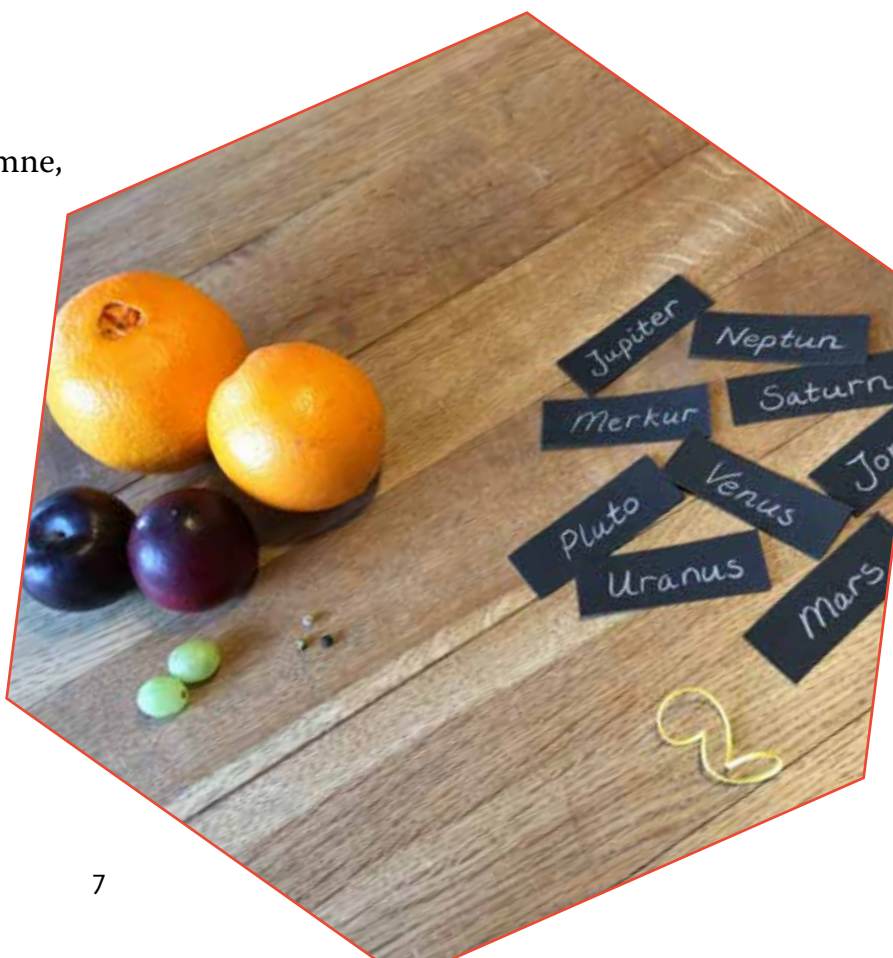
- * Undervisningen har et øget fokus på de matematiske kompetencer, sprog og strategier.
- * Undervisningen tager udgangspunkt i eleverne, og der arbejdes med en høj grad af åbne opgaver, hvor eleverne har mulighed for at arbejde undersøgende og selv kan byde ind med analyser og flere løsninger.
- * Undervisningen lægger op til, at der stilles spørgsmål i stedet for, at der kun gives svar.
- * Undervisningen har et øget fokus på processen.
- * I matematikundervisningen bydes eksperimenter, bud, gæt og fejl velkomne, og der arbejdes med feedback og evaluering.

Læreren

- * Læreren er stærk på sin faglighed og didaktik og kan begrunde sine faglige og didaktiske valg ud fra de matematiske kompetencer.
- * Læreren faciliterer læreprocesser.
- * Læreren inviterer systematisk til dialog om faglige pointer i sin undervisning.
- * Læreren samarbejder tæt med sine fagkolleger om årsplaner, mål, undervisning og evaluering.
- * Læreren er nysgerrig på hele tiden at udvikle sin egen praksis.

Eleven

- * Eleven viser lyst, motivation, tillid og nysgerrighed i forhold til matematik.
- * Eleven er aktivt handlende med faget.
- * Eleven stiller spørgsmål og reflekterer.
- * Eleven fordyber sig og bliver længe i problemstillingerne.
- * Eleven er en "synligt lærende elev", der kender sin egen læreproces og sit næste skridt.



Eksperimenterende og undersøgende matematik- undervisning

"Hellere
arbejde med én opgave
på fem måder,
end arbejde med fem opgaver
på én måde."

- George Polya

For at realisere de konkrete handlinger og mål, som vi peger på i denne handleplan for matematik, bliver det essentielt, at en del af undervisningspraksis er problembehandlende og undersøgende.

Den undersøgende undervisning i matematik kan spores tilbage til John Deweys begreb

“inquiry”, hvor mennesker lærer at forstå deres omverden gennem undersøgende og problem-løsende adfærd. I undersøgende undervisning arbejder eleverne med at udvikle deres matematiske kompetencer, og denne undervisningsform er samtidig et middel til at styrke elevernes interesse, engagement og motivation for faget.

Hvorfor?

At arbejde undersøgende og problembehandlende:

- * Giver mulighed for høj grad af undervisningsdifferentiering.
- * Åbner for matematisk samtale med eleverne om, hvordan de har tænkt.
- * Skaber faglig inklusion.
- * Modvirker matematikangst.
- * Giver mere effektiv læring.
- * Fordi virkeligheden ER åben.

Morten Blomhøj har defineret tre principper for undersøgende matematikundervisning:²

- * At noget skal undersøges, noget som eleverne kan lave spørgsmål omkring eller bliver forundrede over.
- * At der kan skabes faglige og pædagogiske rammer for undersøgelsen.
- * At elevernes refleksioner og resultater kan danne baggrund for opbygningen af relevant faglig viden.

Hvordan?

Undervisningen

I modsætning til en matematik-undervisning, hvor man regner opgaver og finder facit, arbejder man undersøgende ved at undre sig, stille spørgsmål, opstille hypoteser, afprøve, indsamle data, være systematisk i sin tilgang, vurdere og reflektere samt selv komme frem til faglige pointer.

Eleven

Når vi arbejder undersøgende, kalder det på en anderledes elevrolle, hvor eleven opfordres til at:

- * Fordybe sig og blive længere i opgaven og dermed give mulighed for at gå fra overfladeforståelse til dybdeforståelse (SOLO).³
- * Stille flere spørgsmål og undre sig. Det er ikke kun læreren, der stiller spørgsmålene.
- * Komme med flere svar. Der er ikke kun ét rigtigt svar, men mange måder at give svar på.
- * Bygge videre på andres svar, bruge hinandens viden og dele den.
- * Tænke selv. Læreren stiller spørgsmål, så eleven selv tænker videre. Læreren er ikke svarnøglen og heller ikke den, der forklarer, hvad man skal.

Læreren

Lærers rolle går fra kun at være underviser til også at være facilitator. Læreren skal være god til at stille spørgsmål, der får eleven til at tænke videre. Vi skal inspirere eleverne til at udføre undersøgelser samt bygge på elevernes erfaringer, opmuntre til spørgsmål og refleksion, værdsætte fejl som grundlag for læring samt opsamle faglige pointer. Vi skal turde lære med eleverne og turde slippe kontrollen.

² Morten Blomhøj 2016: Fagdidaktik i matematik. Frederiksberg; Frydenlund Academic

³ <http://pamhook.com/>

Opmærksomhedspunkt

Når man vender undervisningen på hovedet, kræver det tid til tilvænning. Der kan ligge ting indgroet i klassekulturen, der gør, at det kan være svært i starten at arbejde med undersøgende aktiviteter. Hvis eleverne for eksempel er vant til, at det gælder om at blive hurtigt færdig, og at læreren altid har det rigtige svar, kræver det tilvænning at arbejde anderledes. Er eleverne samtidig vant til, at de ikke må kigge hos hinanden, og at nogle elevers ideer vægtes højere end andres, så kan det være svært at bruge tid på at opstille hypoteser og undersøge, om der er flere løsninger, samt tage sig tid til at reflektere over løsningerne.

Undersøgende aktiviteter understøttes bedst i en klassekultur, hvor elever er vant til at lytte og tale med hinanden. Eleverne skal turde bygge videre på hinandens idéer. Det er vigtigt, at eleverne lærer at argumentere for og imod egne og andres ideer, forholde sig kritisk og turde præsentere noget, der er halvfærdigt. Et vigtigt fokus er, at idéer ikke skal være perfekte, og det er vigtigt, at man tør begå fejl. Denne form for undervisning kalder på en ændring af matematikundervisningen. Læreren skal være opmærksom på, at der skal udarbejdes en ny "didaktisk kontrakt". Pernille Pind har dette bud på en didaktisk kontrakt⁴:



DIDAKTISK KONTRAKT

Det er godt at være hurtig færdig og gå videre til næste opgave.

Det er godt når man ikke behøver at stille spørgsmål.

Der er ét rigtigt svar.

Man skal ikke selv bestemme noget.

Det er forbudt at kigge ved andre.

Når man spørger læreren, forklarer læreren hvad man skal.

NY DIDAKTISK KONTRAKT

Det er godt at fordybe sig og blive i samme opgave længe.

Det er godt at stille flere spørgsmål.

Man skal selv bestemme noget.

Det er godt at komme med forskellige slags svar.

Det er godt at bygge videre på andres svar.

Læreren stiller spørgsmål, så man selv kan tænke videre.

Inspireret af Pernille Pind (... "Åben og undersøgende matematik", Forlaget Pind og Bjerre)

Mål

- * At alle elever på alle klassetrin oplever at arbejde undersøgende og problembehandlende i matematik.

Handling

- * Fagteamet samarbejder om at skabe fælles forløb, hvor der høstes erfaringer med at arbejde undersøgende og problembehandlende.
- * Fagteamet ser på, hvordan de fysiske rammer kan understøtte den eksperimenterende arbejdsform i matematik.

Refleksion i fagteamet

- * Hvordan kan vi understøtte hinanden i arbejdet med at udvikle endnu mere undersøgende og problembehandlende matematik?
- * En måde at arbejde undersøgende på er at gå fra lukkede til åbne opgaver. Når man gør det, kan det være en fordel at gøre det gradvist. Hvordan kan vi på vores skole arbejde med, at vores opgaver bliver mere åbne?
- * Hvad kendetegner den klassekultur, vi ønsker os, og hvordan ser elevrollen ud dér? Hvor langt er vi i forhold til den ønskede klassekultur?
- * Tag udgangspunkt i oplægget til fagteam fra EMU: <https://arkiv.emu.dk/modul/det-lærende-fagteam>
- * Se *Dan Finkels Ted talk* med fem statements og drøft dem i fagteamet. Kan SOLO-verberne bruges i denne sammenhæng?



Praksiseksempel 1 - indskoling

2.b undrer sig over, at deres lærer har medbragt en pose med suppehorn. Læreren tager en håndfuld suppehorn og spørger eleverne, hvor mange de tror, der er?

Eleverne gætter løs, og til sidst tæller de efter.

Derefter er det elevernes tur til at lave små opgaver med suppehorn, prøve sig frem, tælle efter og undre sig.

Praksis eksempel 2 - mellemtrin

6.a har lånt perler og perleplader i indskolingen. De er ved at undersøge, hvordan et stjernefigurmønster udvikler sig. De skal finde sammenhængen mellem stjernenummer og antal perler, der skal bruges til at lave stjernen. De skal undersøge og løse problemet på så mange måder som muligt, og de skal sammenligne og vurdere de forskellige løsninger.

Eleverne tæller perler, laver tabeller i regneark, opdeler stjernen i forskellige geometriske figurer, laver regressionsanalyse i GeoGebra og meget andet for at komme frem til en formel for antallet af perler i den n 'te stjerne.





Praksiseksempel 3 - udskoling

9.v har undersøgt, på hvor mange forskellige måder de kan skrive en sjettedel som summen af to stambrøker (en stambrøk er en brøk af formen $1/n$, altså en brøk hvor tælleren er 1 og nævneren er et naturligt tal). De har også undersøgt, på hvor mange måder de kan skrive en sjettedel som forskellen mellem to stambrøker. De har blandt andet brugt brøkbrikker, GeoGebra og CAS til deres undersøgelser. De er nu i gang med at undersøge $1/7$, $1/8$, $1/9$, og så videre for at finde ud af, om der er en regel.

Nævner (n)	6	7	8	9	10	11
Summer	5	2	4	3	5	2
Forskelle	4	1	3	2	4	1

Det ser ud til, at der altid er én mindre ved forskelle end ved sum.

Hov, når det er et primtal, er der kun 2 summer og 1 forskel. Har det mon noget med antallet af divisorer at gøre?

Med lidt hjælp til at finde antallet af divisorer i n^2 lykkes det klassen at komme frem til en formel for antallet af måder, hvorpå $1/n$ kan skrives som henholdsvis summen og forskellen af to stambrøker.

Sproglig udvikling i matematik

"Matematik
er det sprog, som Gud har
brugt til beskrivelse af universet."

- Galileo Galilei (1564 – 1642)

Sproglig udvikling er et tværgående tema i Fælles Mål og er målrettet alle elever. Gennem hele skoleforløbet skal eleverne udvikle mundtlige og skriftlige sprogfærdigheder i alle fag.

Hvorfor?

Eleverne skal tilegne sig det fagspecifikke sprog og den faglige tekstkultur, der er kendetegnende for matematik. Det skal de dels for at blive dygtigere til det faglige indhold og dels for at kunne kommunikere mundtligt og skriftligt i matematikssprog.⁵

I matematik skal eleverne arbejde med fire tilgange til kommunikation: *Lytte, læse, samtale, og skrive*. Disse fire tilgange skal ses i sammenhæng.⁶

Sprog	Receptivt	Produktivt
Mundtligt	Lytte	Samtale
Skriftligt	Læse	Skrive

5 Undervisningsministeriet: <http://static.uvm.dk/Publikationer/2002/kom/hel.pdf>, afsnit 4.3.3

6 Undervisningsministeriet: <https://arkiv.emu.dk/modul/om-sproglig-udvikling>

Hvordan?

Undervisningsministeriets vejledning "Sproglig udvikling"⁷ beskriver lærerens rolle i arbejdet med sproget på følgende måde:

"Faglæreren skal have kendskab til:

- * Fagets sprog, ordforråd og begreber.*
- * Teksttyper, der optræder i faget.*
- * Strategier, der kan understøtte en sproglig udvikling i fagene.*
- * Læseforståelsesstrategier og notatteknikker, der er relevante i faget.*

Faglæreren skal kunne:

- * Hjælpe eleverne med at udvikle mundtligt og skriftligt fagligt ordforråd.*
- * Være en støtte i elevernes sprogtilegnelse.*
- * Hjælpe eleverne med at fastsætte et fagligt relevant læseformål.*
- * Tydeliggøre for elever, hvilke ord og begreber der er centrale i den faglige fremstilling, og hvordan de skal forstås i den konkrete faglige sammenhæng."*

Træk ved sproget i matematik

Matematikfaget har sine egne fagord og begreber, for eksempel rektangel, sinus, multiplikation og polygoner, men der er også en masse førfaglige ord (over, under, masse, antal, nu, efter, beregn, undersøg, vis) samt ord, vi kender fra hverdagssproget, som i matematiksammenhænge har en anderledes eller ny betydning, for eksempel negativ, positiv, volumen, potens og trapez. Der er desuden et særligt sprogligt register i matematik, en bestemt måde at bruge sproget på. Der er eksempelvis en brug af bestemte grammatiske struktu-

rer som passiver (vises, beregnes, udregnes), bydeformer (vis, beregn, bestem, undersøg) og normaliseringer (udregningen viser).

Sproglig stilladsering

Matematiklæreren er ansvarlig for den sproglige stilladsering i matematikundervisningen. Sproglig stilladsering omfatter både makrostilladsering og mikrostilladsering.

Makrostilladsering

Undervisning tilrettelagt med elevens faglige og sproglige udvikling for øje. Her planlægger læreren den sproglige progression, så eleven udvikler sit sprogbrug fra at være hverdagsorienteret til at være præcis fagsproglig.

Mikrostilladsering

Stilladsering på aktivitetsniveau, når eleverne bliver støttet i selve undervisningssituationen, for eksempel i en klasserumsdialog eller i en samtale med læreren om, hvordan problemer kan løses.

Tekster i matematik

Tekster i matematikbøger, på fagportaler og i eksamensopgaver er ofte multimodale tekster, der indeholder flere teksttyper, og det er derfor vigtigt, at eleverne lærer at navigere i denne type tekster. I matematik læser man sjældent for oplevelsens skyld. Man læser for at lære noget eller gøre noget. Overordnet er der to typer tekster i matematik⁸:

Matematiske tekster

Tekster i matematiksammenhænge, som er skrevet med det formål, at læseren skal lære matematik eller vise sine matematikkund-

7 Undervisningsministeriet: <https://arkiv.emu.dk/modul/sproglig-udvikling-vejledning>

8 Kristiansen (2010), s. 194 ff.

skaber ved at læse og arbejde med tekstens indhold. Det kan for eksempel være tekster i matematikbogen. Eleven skal ligeledes selv kunne formulere en matematisk tekst.

Autentiske tekster

Tekster i andre sammenhænge, der anvender matematik i selve teksten. Dette kan for eksempel være til at formidle viden, informationer eller til at argumentere for holdninger. Det er den type tekster, man typisk møder i aviser, blade, rapporter, brochurer, på skilte, på internettet og mange andre steder i hverdagen.

Teksttyper der ofte bruges i matematik

- * Instruerende tekster (bereg, angiv, vis, undersøg...).
- * Berettende tekster – dels som kontekst for matematikken, dels som rolle i

undervisningen, når lærere og elever skal fortælle om, hvordan de har løst en konkret opgave. En berettende tekst er også svar på lærerens spørgsmål: "Hvordan gjorde du"?

- * Beskrivende tekster, når for eksempel nye begreber defineres og klassificeres.
- * Argumenterende tekster, som har til formål at overbevise modtager om rigtigheden af et udsagn eller et ræsonnement. I matematik skal eleverne kunne gennemføre et matematisk argument ved at begrunde det fagligt og sprogligt præcist.
- * Grafiske fremstillinger som for eksempel tabeller, skemaer, kort, diagrammer, arbejdstegninger og skitser.
- * Det matematiske symbolsprog, som for eksempel π og kvadratrods.



Mål

- * Alle elever oplever, at der arbejdes med den sproglige udvikling i faget matematik.
- * Alle lærere arbejder bevidst med de forskellige elementer af den sproglige udvikling i faget matematik.

Handling

- * Matematiklærerne på skolerne udvikler deres arbejde med elevernes sproglige udvikling i fagteamet.
- * Læreren tager stilling til sproglige aktiviteter, der skal foregå før, under og efter et undervisningsforløb. For eksempel hvordan der tages udgangspunkt i elevernes for forståelse og hverdagserfaring, hvordan eleverne i undersøgelser tilbydes formuleringer, blandt andet sætningsstartere, og hvordan eleverne hjælpes til at fastholde deres viden ved at formulere sig skriftligt om det, de har lært.
- * Fra børnehaveklassen arbejdes med regnehistorier og færdaglige ord og begreber.

Refleksion i fagteamet

- * Hvordan arbejder vi i klasserne med sproglige før-, under- og efteraktiviteter i undervisningen?
- * Gå på jagt i matematiktekster for at blive klogere på fagets sprog, ordforråd, begreber og teksttyper. I kan for eksempel analysere, hvilke teksttyper der optræder i forskellige opslag i matematikbogen, afgangsprøver og aviser.
- * Fortæl, hvilke strategier vi gør brug af for at understøtte elevernes sproglige udvikling i matematik.
- * Diskutér, hvordan vi aktivt kan arbejde med og fastholde elevernes forståelse af fagbegreber.
- * Hvilke notatteknikker benytter vi på de forskellige klassetrin?
- * Tal om typiske formuleringer i forskellige matematiksituationer og udarbejd relevante sætningsstartere til for eksempel fremlæggelser, skriftlige opgaver eller til samtaler i klassen.
- * Hvordan evaluerer vi elevernes kommunikationskompetencer?





Praksiseksempel 1 - indskoling

3.b har matematik, og ved hver bordgruppe er der en kuvert med en masse tomme sedler i. Eleverne skal nu udfylde sedlerne med en masse matematiske begreber.

Derefter bytter bordgruppen kuvert med en anden bordgruppe. Nu skal eleverne omkring bordgruppen skiftes til at trække en seddel fra kuverten og forklare det matematiske begreb for hinanden.

Praksiseksempel 2 - mellemtrin

I 6.a kaster læreren en tændstikæske hen til Laura og siger, at hun skal sige en matematisk egenskab ved tændstikæsken.

Laura siger, at den er kasseformet og kaster den videre til Johan, der spørger, om han må bruge en lineal til at måle, hvor lang, høj og bred den er.

Efter Johan har målt æsken, kaster han den videre til en anden elev i klassen, og sådan bliver de ved, indtil de ikke kan finde mere matematik på tændstikæsken.





Praksiseksempel 3 - udskoling

7. b arbejder med at opstille en ligning i symbolsprog ud fra et matematisk problem formuleret verbalt. De har fokus på de ord, der fortæller noget om relationen mellem de forskellige størrelser i problemet. Hvilken regneart skal vi have fat i, når der står 4 flere end, 3 færre end, halvt så mange som, 7 gange længere end, og så videre?

De har fire og fire læst forskellige sætninger og diskuteret, hvilken regneart de fortæller noget om. Nu sætter de streg under relationsordene i forskellige problemer og oversætter dem først til ligninger i ord, derefter til ligninger i symbolsprog.

Eksempel: Nikolaj er 6 år ældre end Marie. Tilsammen er de 4 gange Maries alder. Hvor gamle er de hver især?

Regnestrategier

- Om at gå fra at tælle til at regne og tænke

"Koden,
der skal knækkes, er,
at eleverne skal lære, at de kan
regne sig frem til et resultat på mange,
forskellige, fleksible måder, i stedet
for at tælle én ad gangen."

- Pernille Pind

I matematikundervisningen møder vi elever, som helt af sig selv begynder at regne og gøre sig tanker om, hvornår noget er smart at gøre – smartere end andet. Vi møder også elever, som bliver glade for at tælle – så glade, at de ikke forlader tællingen igen, med mindre de undervises i regnestrategier.

Hvorfor?

I dansk taler man om "læsekoden" som noget, der skal knækkes, og så kan man læse. Det betyder naturligvis ikke, at man så kan alt det,

man skal kunne i dansk, men det er en vigtig forudsætning for de næste skridt ind i faget. Matematikfagets "læsning" - altså det helt centrale i faget matematik og dét, der gør resten af faget nemmere tilgængeligt - er talforståelse og regnestrategier. Ikke regning som i regnemetoder med lodret opstilling med menter, men regning i modsætning til tælling. Eleverne skal lære at arbejde fleksibelt med tallene ved for eksempel at regruppere. Alt for mange elever i de store klasser er ikke kommet videre end tællestrategien.

Hvad er regnestrategier i matematik?

To grundlæggende evner:

*"Fra fødslen er vores hjerne udstyret med to evner, der danner grundlaget for vores arbejde med tal. Den ene evne kaldes Approximate Number System (ANS), og den anden evne kaldes subitizing. ANS betyder, at vi kan skelne mellem to mængder med relativt mange elementer i hver og afgøre, hvor der er flest. Subitizing betyder, at vi kan skelne mellem små mængder (typisk op til fire) ved blot at se på dem. Både ANS og subitizing er altså noget, vi kan uden at tælle og noget, som vi deler med langt de fleste dyr. Ud fra disse medfødte evner skal vi have tillært evnen til at koble præcis ét talord og ét talsymbol til en mængde og evnen til at placere disse talord/symboler i forhold til hinanden. Det kan vi, når vi for eksempel ved, at 16 er dobbelt så meget som 8, og 12 ligger lige midt imellem."*⁹

Snorre Ostad skelner i arbejdet med regnestrategier mellem backupstrategier (for eksempel tællestrategier) og retrievalstrategier (hukommelsesstrategier). Når vi bruger tællestrategier, tæller vi, når vi regner. Tællestrategier er basale og vigtige. Problemet med at tælle er, at det kun er effektivt ved små tal og belaster arbejdshukommelsen alt for meget, når vi arbejder med mere komplekse regnestykker. Når vi i stedet bruger hukommelsesstrategier i opgaveløsningen, arbejder vi videre fra viden, der allerede er lagret.



⁹ <https://pindogbjerre.dk/laesestof/matematik-i-boernehaveklassen/>

Hvordan?

At arbejde med strategier i indskolingen kunne være:

Eleverne har lært plusparrene op til 10 udenad. Pluspar er 1+1, 2+2, 3+3, og så videre. De har også arbejdet med at regruppere tallene op til 10, så for eksempel 6 kan regrupperes til 5+1. Med "fidusen" (strategien), der hedder "en mere eller en mindre end et pluspar" kan de nu regne stykket 5+6 ved at sige 5+5+1, altså er 5+6 én mere end 5+5, og det er 11.

At arbejde med strategier på mellemtrinnet kunne være:

Eleverne arbejder med hovedregning og overslag. De skal finde flere forskellige måder at regne smart på. Opgave: 45+47 - Lav først et overslag. Find flere måder at regne smart på. Opgave: 97 + 254 - Lav først et overslag. Find flere måder at regne smart på.

Snorre Ostad har konstateret, at næsten 100 % af eleverne i matematikvanskeligheder bruger backupstrategier gennem hele skoletiden. De elever, der har svært ved matematik på et vilkårligt tidspunkt i deres skoleforløb, tæller, og de holder ikke op med det af sig selv. Vi skal undervise i strategier, fordi eleverne skal hjælpes til at få øje på fiduser, mønstre og smutveje. Det får eleverne ikke nødvendigvis af sig selv, og derfor er det vigtigt, at undervisningen tilbyder eleverne mulighed for at arbejde med udvikling af strategier. Problemet med tælleriet er, at det tager meget fokus fra andre og vigtigere ting, og de vigtigere ting fylder mere og mere, jo længere i skoleforløbet man er. Hjernen kommer på overarbejde. De udskolingselever, som tæller alting, kan kun bruge en lille del af deres mentale energi på det svære i for eksempel problemløsning. De er hurtigt stået af. For at de elever igen kan "stå på", skal de hjælpes videre fra tælleriet.

Løsningsforslag 45 + 47

Overslag:

Det er mindre end $50 + 50 = 100$

Regn smart:

$$40 + 40 + 5 + 7$$

$$45 + 45 + 2$$

$$46 + 46$$

Løsningsforslag 97 + 254

Overslag:

Det er cirka $100 + 250 = 350$

Regn smart:

$$97 + 3 + 250 + 1$$

$$100 + 254 - 3$$

$$90 + 250 + 7 + 4$$

Mål

- * Alle lærere skal kende til regnestrategier og kunne sætte ord på de strategier, de selv benytter sig af - særligt inden for de fire regningsarter.
- * Alle lærere skal være i stand til at kunne analysere, hvilke strategier eleverne benytter, og skal kunne støtte udviklingen af elevernes regnestrategier i matematikundervisningen.
- * Eleverne skal opleve, at undervisning i strategier foregår ved hjælp af mange forskellige repræsentationer, og at de både ser, hører, føler og sætter ord på strategierne på mange forskellige måder.
- * Eleverne skal kunne sætte ord på, hvilke strategier de benytter, når de regner.

Handling

- * I undervisningen skal der være fokus på, hvordan eleverne tænker frem for fokus på facit. Der skal ligeledes være fokus på, at der er mange måder at tænke på, og at vi kan blive klogere af at høre hinandens ideer.
- * Lærerne opkvalificeres, så de kan spotte elever, der hænger fast i tællestrategier.
- * Skolernes evaluering af elevernes forståelse og kunnen i matematik skal udvikles, så de også har blik for elevernes progression inden for regnestrategier (for eksempel ved at inddrage RoS-test-materialet som evalueringsmateriale på udvalgte årgange og som kursusforløbsmateriale for de elever, der er i vanskeligheder i forhold til strategitilegnelsen).
- * Skolerne udvikler tiltag, der kan hjælpe elever i gang med at regne, når de hænger fast i at tælle.

Refleksion i fagteamet

- * Tal i fagteamet om, hvor mange forskellige strategier vi som lærere selv bruger til at regne forskellige opgaver. Hvor mange forskellige måder kan vi regne den samme opgave på?
- * Hvordan arbejder vi på vores skole med regnestrategier i indskolingen, på mellemtrinnet og i udskolingen?
- * Hvordan evaluerer vi vores elevers regnestrategier på skolen i dag? Hvordan kan vi udvikle en praksis for evaluering med øget fokus på elevernes regnestrategier?
- * Hvordan får vi øje på elever, der tæller? Og hvornår er det problematisk, at eleverne tæller? Hvornår er det ikke?
- * Hvad gør vi i dag på vores skole for at hjælpe elever væk fra at tælle og hen imod at regne? Hvordan kan vi udvikle denne praksis? Hvilke tiltag kan vi iværksætte?



0



6 + 9

10





Praksiseksempel 1 - 0. klasse

o.a har arbejdet med at genkende små mængder. I dag skal de lave en lille "Kimsleg". Der ligger et tæppe på gulvet i klassen, og børnene sidder i en rundkreds rundt om. Læreren løfter tæppet, og alle elever kigger i få sekunder på de bolde, der er, og derefter bliver tæppet lagt på igen. Nu spørger læreren, hvor mange tennisbolde der var. Nogle elever svarer, at du ikke kunne nå at se det, og andre siger 5. De prøver igen med andre antal og snakker om, hvornår det er svært at se, hvor mange der er, når man ikke kan nå at tælle dem.

Praksiseksempel 2 - indskoling

1.a skal lege en matematikleg. I tre af hjørnerne i klassen hænger der en plakat med en papegøje (fra RoS materialet), der viser en regnestrategi. I øjeblikket har klassen om minus, og der hænger en papegøje, der tæller alt. Én der tæller op, én der tæller videre og én, der bruger, at minus er det omvendte af plus. Alle eleverne står i midten af klassen. Læreren får et regnestykke fra en af eleverne, og læreren siger højt, hvordan hun regner det. Eleverne genkender strategien og går over til det hjørne, hvor papegøjen med den strategi, som de tror, det er, hænger.





Praksiseksempel 3 - mellemtrin

4.b skal i gang med regningsarten division. De har glædet sig, og mange af deres søskende og forældre har vist metoder til, hvordan de dividerer.

Læreren stiller eleverne nogle opgaver a la $48 : 3$ og $72 : 4$. Eleverne samarbejder to og to om, hvordan de vil løse udfordringen. Lærer og elever samler til slut op på tavlen, ved at eleverne viser og forklarer, hvordan de har gjort. Sammen lytter de til hinandens strategier og inspireres af hinanden.

Klassen arbejder gennem en længere periode på denne måde, og langsomt udvikler eleverne deres strategier til at blive en eller flere metoder til at dividere.

Digitale værktøjer i matematikundervisningen

"Når forandringens vinde blæser, planter nogle læhegn. Andre bygger vindmøller."

- Kinesisk ordsprog

Digitale værktøjer skal spille en central rolle i matematikundervisningen allerede fra børnehaveklassen og op gennem skoleforløbet. Det ses tydeligt afspejlet i Fælles Mål, hvor en stor del af færdigheds- og vidensmålene omhandler brugen af digitale værktøjer¹⁰.

Hvorfor?

Brugen af digitale værktøjer er både et middel og et mål i matematikundervisningen: Først og fremmest er de digitale værktøjer et middel til at kunne opnå læringsmålene for faget. Digitale værktøjer optræder på denne måde i opga-

veløsningen som et hjælpemiddel eller redskab på samme måde som de analoge hjælpemidler, passereren og linealen. Men brugen af digitale værktøjer er også et særskilt mål i sig selv, idet eleverne ud fra Fælles Mål skal udvikle en såkaldt hjælpemiddelkompetence i faget. Med hjælpemiddelkompetence menes, at eleven gennem matematikundervisningen skal lære at vælge mellem forskellige analoge og digitale hjælpemidler og kunne vurdere, hvilke hjælpemidler der er mest optimale at vælge i forbindelse med en bestemt matematisk opgaveløsning.

¹⁰ <https://emu.dk/sites/default/files/2018-12/GSK.%20F%C3%A6lles%20M%C3%A5l.%20Matematik.pdf>

Hvordan?

Den didaktiske udfordring består i at planlægge og gennemføre en matematikundervisning med afsæt i stofområder, som på samme tid både øver og udvikler elevernes anvendelse af de digitale hjælpemidler og deres evne til at vurdere hvilke hjælpemidler, som er mest velegnede i de konkrete opgaveløsninger.

Det også vigtigt at have fokus på en række andre gevinster ved i høj grad at inddrage anvendelsen af digitale værktøjer i matematikundervisningen: Digitale værktøjer åbner for nogle meget mere komplekse matematiske opgavetyper, som vil kunne udvikle elevernes matematikkompetencer. Anvendelsen af digitale værktøjer kan i sig selv virke stærkt motiverende for eleverne i forhold til kun at arbejde ud fra et analogt materiale – eksempelvis en bog i papirformat.

De digitale værktøjer kan opdeles i tre typer¹¹

- 1** Almene programmer, som er ikke-fag-specifikke programmer, der kan bruges i flere fag. Til denne gruppe hører tekstbehandlings- og præsentationsprogrammer, programmer til billed-, video-, skærm- og lydoptagelser og redigering. Et eksempel kan være en videoproduktion, hvor elever præsenterer resultater fra en statistisk undersøgelse som et nyhedsindslag.
- 2** Værktøjsprogrammer til matematik. De mest brugte eksempler på denne type programmer, som alle indgår i Fælles Mål og/eller i læseplanen, er regneark, dynamiske geometriprogrammer og CAS-programmer (Computer Algebra System). Værktøjsprogrammer er karakteriseret ved en "blank overflade". Det vil sige, at eleverne møder en blank side og har en række redskaber, som de kan bruge til at skrive, regne, tegne med videre.
- 3** Undervisningsprogrammer, som er karakteriseret ved at være specielt designede til undervisning i og/eller træning af afgrænsede matematikfaglige emner på et bestemt tidspunkt i skoleforløbet. Det kan for eksempel være procentregning eller arealberegning. På nettet findes en lang række af eksempler på denne type programmer.

¹¹ <https://arkiv.emu.dk/modul/digitale-v%c3%a6rkt%c3%b8jer-i-matematik>

Mål

- * Elever på alle klassetrin arbejder med digitale værktøjer i matematikundervisningen.
- * I indskolingen arbejdes der med dynamiske geometriprogrammer og regneark.
- * På mellemtrinnet og i udskolingen arbejdes der endvidere med CAS-værktøjer.

Handling

- * Alle matematiklærere på 4.-10. klassetrin skal gennemføre et kursusforløb i anvendelsen af CAS-værktøjer i matematikundervisningen.

Refleksion i fagteamet

- * Hvordan anvender vi digitale værktøjer på de forskellige klassetrin? Bliv inspireret af **Bilag 1** med beskrivelse af progressionen for digitale værktøjer.
- * Foretag en didaktisk analyse af de forskellige digitale læremidler (programmer og portaler), som skolen har adgang til.
 - Hvilke typer færdigheder, viden, kompetencer understøttes?
 - Hvilke taksonomiske læringsniveauer understøttes?
 - Hvordan stilladseres elevernes læring?
 - Hvordan vurderer vi kvaliteten af indholdet?
- * Hvordan sikrer vi, at eleverne møder opgaver i undervisningen, som styrker deres hjælpemiddelkompetence?
- * Hvordan sikrer vi, at eleverne arbejder med opgavetyper, hvor digitale værktøjer er det mest velegnede valg?



Praksiseksempel 1 - indskoling

2.b arbejder med GeoGebra, hvor de er i gang med et forløb om areal og omkreds. Eleverne får opgaven, at de skal bygge et rektangel med 4 tern i højden og 3 tern i bredden. Derefter skal eleverne benytte areal- og omkredsfunktionerne i GeoGebra. Til slut skal de undersøge, hvordan arealet og omkredsen ændrer sig, hver gang de gør rektangler 1 tern bredere.

Praksiseksempel 2 - mellemtrin

6.b er ved at undersøge sammenhængen mellem, hvor høj en rampe er, og hvor langt en legetøjsbil kan køre, når den kører ned ad rampen.

Eleverne skriver deres data ind i et regneark og laver en regressionsanalyse af data.

Eleverne undersøger, hvor langt bilen kører, når rampen er henholdsvis 1, 2, 3, 4, 5 og 6 cm. høj.

Herefter bruger eleverne deres regressionsanalyse til at forudse, hvor langt bilen kan køre, hvis rampen er 8 eller 10 cm. høj.

Passer deres forudsigelser? Og hvis ikke, hvad kan grunden til dette så være?





Praksiseksempel 3 - udskoling

8.a undersøger regneopskrifter i et CAS-program. De prøver at gennemskue, hvorfor det er muligt at forudse resultatet af en regneopskrift. Først prøver de med et tal, derefter med x . En af opskrifterne var: "Tænk på et tal, der er større end 1 og mindre end 10". "Gang tallet med 2". "Læg 5 til". "Gang med 50". "Hvis du allerede har haft fødselsdag i år(2019), skal du lægge 1769 til. Hvis du ikke har haft fødselsdag endnu i år, skal du lægge 1768 til". "Træk nu årstallet du er født fra (4 cifre)". "Du har nu et tre cifret tal. Det første ciffer viser det tal, du tænkte på. De næste to cifre er.... Din alder"!

```
tal:=7 ▶ 7
linje1:=tal·2 ▶ 14
linje2:=linje1+5 ▶ 19
linje3:=linje2·50 ▶ 950
linje4:=linje3+1769 ▶ 2719
linje5:=linje4-2004 ▶ 715
```

```
tal:=x ▶ x
linje1:=tal·2 ▶ 2·x
linje2:=linje1+5 ▶ 2·x+5
linje3:=linje2·50 ▶ 50·(2·x+5)
linje4:=linje3+1769 ▶ 100·x+2019
linje5:=linje4-2004 ▶ 100·x+15
```

Elever i matematik- vanskeligheder og elever med særlige forudsætninger

"Skolen skal rumme
alle elever, uafhængigt af
deres fysiske, intellektuelle, sociale,
emotionelle og sproglige evner eller
andre forhold. Dette gælder også
handicappede og særligt talentfulde
børn."

Salamanca-erklæringen, 1994

Som udgangspunkt skal matematikundervisningen imødekomme alle elevers læringsbehov. Det fordrer, at vi arbejder med undervisningsdifferentiering, og at vi arbejder sammen om at skabe klare mål og rammer for progression i matematik hos den enkelte elev gennem valgte indsatser og løbende opfølgning. Ny forskning tyder på, at de fleste elever vil pro-

fitere af en kompetenceorienteret matematikundervisning, idet vi herigennem kan tilgode både elever med særlige behov og elever med særlige forudsætninger. Alle elever vil således profitere af arbejdet med indsatserne i denne handleplan, men alligevel må vi forvente, at nogle elever vil skille sig ud. Hvad det er for elever, vil vi fokusere på i dette kapitel.

Elever i matematikvanskeligheder og elever med særlige forudsætninger?

Vi skelner i handleplanen mellem *elever i matematikvanskeligheder* og *elever med særlige forudsætninger*. For begge grupper af elever gælder, at de adskiller sig fra de øvrige elever. Elever med særlige behov har store faglige udfordringer med at arbejde med matematik. Elever med særlige forudsætninger har modsat stærke kognitive forudsætninger for at arbejde og erkende med matematiske tankegange. Men fælles for begge kategorier af elever er, at de vil møde permanente udfordringer i undervisningen, hvis der ikke tages særskilt hensyn til deres behov og forudsætninger.

Det skal derfor understreges, at det ikke er hensigtsmæssigt at se vanskelighederne som noget, der kun er en del af eleven. *Matematikvanskeligheder opstår i samspil mellem elevens indlæringsmetode, matematikkens indhold og undervisningsmetode.*

Som konsekvens af dette grundsyn ønsker vi at gå bort fra at benævne den ene kategori af elever som *elever med særlige behov*. I stedet ønsker vi at påpege det systemiske aspekt i disse elevers vanskeligheder ved at benævne dem som *elever i matematikvanskeligheder*.

Elever i matematikvanskeligheder

Matematikvanskeligheder kan dække over flere forskellige vanskeligheder i faget, der kan have neurologiske, psykologiske, sociale og/eller didaktiske årsagsforklaringer. Elever i matematikvanskeligheder kan således have forskellige styrker og svagheder og være i vanskeligheder i forskellige områder af faget, hvilket er en udfordring i forbindelse med at kortlægge vanskelighederne. Størstedelen af forskningen på området er knyttet til vanskeligheder inden for tal og regning, også kaldet aritmetik. Matematikvanskelighederne kan grupperes på følgende måde:

- * Forstyrrelser i systematisk tænkning og rumopfattelse.
- * Dårlige læringsstrategier ved nyt stof og problemløsning.
- * Svag begrebsforståelse, hvilket ofte resulterer i misopfattelser.
- * Dårlig talforståelse og automatisering af blandt andet regnemåder hvilket betyder, at alt skal regnes forfra hver gang.



Elever med særlige forudsætninger

Når man som forældre eller lærer sammenligner jævnaldrende elever, viser forskningen, at børn med særlige forudsætninger vil skille sig ud. Foreningen Mensa har lavet en karakteristik, som kan støtte, når man skal identificere, om der er tale om en velbegavet elev eller en elev med særlige forudsætninger. Se karakteristikken i **Bilag 2**.

Det menes, at omkring 2 – 5 % af den danske befolkning tilhører gruppen af mennesker med særlige forudsætninger.¹² Det betyder, at vi i en klasse med 25 elever kan forvente at finde 0 – 2 elever. Omkring en tredjedel af denne gruppe elever har det ikke godt. De oplever, at de hverken får den fornødne personlige støtte og opbakning eller en meningsfuld og motiverende undervisning. De bliver sammen med deres talent tabt på gulvet, og det er virkelig synd og spild af ressourcer.¹³

Manglende viden om børn med særlige forudsætninger gør, at professionelle ikke nødvendigvis spotter dem. Men folkeskolens opgave med at undervisningsdifferentiere gælder også for denne gruppe. De skal kunne rummes i folkeskolen.

I Lyngby-Taarbæk Kommune har man lavet et 4-årigt forsknings- og udviklingsarbejde omkring elever med særlige forudsætninger.¹⁴ I projektrapporten beskrives en række karakteristika for børn med særlige forudsætninger. Det er børn, som i deres opvækst er bevidste, årvågne og særligt opmærksomme. De har et højt aktivitetsniveau og ofte et lille søvnbehov. De er ekstremt nysgerrige og ivrigt observerende, lærer hurtigt og har en god hukommelse. De har et tidligt og veludviklet ordforråd og kan tænke og ræsonnere abstrakt. De er følsomme og perfektionistiske og leger eksempelvis med puslespil, tal og labyrinter forud for deres alder. De ser løsninger, andre ikke ser, og har en stor almenviden. Shirley Kokot har skrevet om de positive og negative sider ved at have særlige forudsætninger.¹⁵ Se **Bilag 3**.

12 Baltzer, Kyed, Nissen og Voigt 2006: Skolens møde med elever med særlige forudsætninger – et forsknings- og udviklingsprojekt i Lyngby-Taarbæk kommune 2001-2005

13 Nitschke, Eva 2005: Kloge børn i Klemme, i *Psykolog Nyt*, nr. 13, 2005

14 Baltzer, Kyed, Nissen og Voigt 2006: Skolens møde med elever med særlige forudsætninger – et forsknings- og udviklingsprojekt i Lyngby-Taarbæk kommune 2001-2005

15 Baltzer, Kirsten 2006: Elever med særlige forudsætninger – skolens arbejde med talentpleje, i tidsskriftet *KvaN* med titlen Undervisningsdifferentiering, nr. 75, 26. årgang, 2006

Hvordan får vi øje på eleverne?

Med udgangspunkt i det fagsyn, som er afsættet for denne handleplan, er vi optagede af at følge den enkelte elevs progression i faget frem for elevens resultater. Dette kræver en kontinuerlig opmærksomhed og handling fra lærers side. James Nottingham bruger den enkle model herunder til at formidle, hvilke elever vi som fagprofessionelle skal holde et særligt vågent øje med og tilbyde særlige indsatser.¹⁶

Det er de elever, der har en lav progression. Uanset om eleven viser tilfredsstillende eller mangelfulde resultater, så mener Nottingham, at disse elever er i en særlig udsat position – enten udsat for at udvikle dårlige arbejdsvaner, negativt fagsyn, forstyrrende eller uønsket adfærd i undervisningen eller ligefrem udvikling af lavt selvværd.

Det er væsentligt at opbygge en kultur, hvor man er opmærksom på at identificere elever med lav progression. Uanset om den lave progression bunder i matematikvanskeligheder eller i særlige forudsætninger, så giver opdagelsen af den lave progression mulighed for, at vi kan sætte ind så tidligt som muligt - i undervisningen i klassen og i en særligt tilrettelagt, supplerende undervisning.

Resultat (R) og Progression (P)

Højt R Lav P	Højt R Høj P
Lavt R Lav P	Lavt R Høj P

¹⁶ Nottingham 2014

Hvordan kan vi undervise, så begge elevgrupper tilgodeses?

Det enkle svar er en varieret og tilpasset matematikundervisning, for eksempel ved at arbejde med problemløsning. En matematikundervisning med fokus på at inkludere elever i matematikvanskeligheder og elever med særlige forudsætninger. I undervisningen må der arbejdes procesorienteret med elevens strategiarbejde, sprog og matematiske forståelse. Der må fokuseres på at udfordre og stilladsere alle elever med udgangspunkt i deres forskellige faglige forudsætninger.

Elever i matematikvanskeligheder skal ikke sættes til at lære regnemetoder udenad. Ofte mislykkes de i denne proces, og de fastholdes i rigide strategier frem for at udvikle sig, så de bliver i stand til at håndtere forskellige situationer med mere fleksible strategier. Det er derimod væsentligt, at der arbejdes med en struktur, der er tydelig og tryk for eleverne, og at læreren giver løbende feedback og indgår i dialog i undervisningen, så eleverne sætter ord på deres tanker og knytter an til erfaringer. Elevernes egne erfaringer skal inddrages, gerne gennem leg, og der skal anvendes forskellige repræsentationer, blandt andet konkrete materialer, hjælpemidler som lommeregneren og digitale værktøjer.¹⁷

Det er afgørende, at vi taler om elever "i" matematikvanskeligheder og ikke om elever "med" matematikvanskeligheder. Denne forskel understreger, at det ikke er hensigtsmæssigt, at se vanskelighederne som noget,

der kun er en del af eleven. Matematikvanskeligheder opstår i samspil mellem elevens indlæringsmetode, matematikkens indhold og undervisningsmetode.

Relationen mellem læreren og eleven, herunder lærerens forventninger til eleven, kan også være en årsag til, at der opstår matematikvanskeligheder. Der er altså ikke nødvendigvis tale om, at matematikken er vanskelig, men mødet med matematikken kan skabe vanskeligheder. Nogle elever vil få brug for ekstra hjælp og støtte, hvor vi hele tiden møder dem i det, de kan, og anerkender deres succeser og sejre.

Matematik er et fag, hvor forældrenes holdning til og erfaringer med faget spiller ind i forhold til elevernes lyst, motivation og vedholdenhed. Vi bør være meget opmærksomme i forhold til hurtigt at spotte elever med manglende matematikbaggrund.

Alle elever kan lære matematik, men for nogen tager det længere tid og kræver flere gentagelser. De har brug for systematisk undervisning med plads til langsom progression. Vi har med elever at gøre, der befinder sig i komplicerede læringssituationer. Når fokus rettes mod, hvad der kan lade sig gøre frem for mod manglerne, vil der automatisk blive lagt vægt på læringspotentialet, og hensigten med undervisningen er i fokus. Det er således ikke relevant at tænke på, hvad eleverne *ikke* kan, men på, hvad de kan, og hvad de har mulighed for at lære. I **Bilag 5** er der opstillet en række anbefalinger til arbejdet med indsatser på forskellige niveauer.

¹⁷ Se **Bilag 4**, Pernille Pinds 12 teser om en tilstrækkelig matematikundervisning



Mål

- * Alle elever bliver udfordret på deres niveau i matematikundervisningen.
- * Lærere og matematikvejledere kan identificere elever i matematikvanskeligheder og elever med særlige forudsætninger.
- * Skolerne tilbyder foregribende og indgribende indsatser for elever i matematikvanskeligheder og for elever med særlige forudsætninger, når eleverne er i risiko for at udvikle et negativt fagsyn, matematikangst, forstyrrende adfærd og/eller et lavt selvværd.

Handling

- * Vi tænker SOLO-taksonomi, når der planlægges forløb i matematikundervisningen, således at flest mulige elever mødes af tilpas faglige forventninger.
- * Vi identificerer løbende elever med manglende progression via vores systematiske arbejde med data, vores observationer og opmærksomhed i hverdagens undervisningssituationer samt gennem individuelle elevsamtaler.
- * Elever i matematikvanskeligheder kan med fordel testes ved RoS-materialet, og særlige kursusforløb med fokus på strategier kan tilbydes.
- * I Gladsaxe udbydes et intensivt læringsforløb i form af en Læringscamp. Denne camp er blandt andet målrettet udskolingselever i matematikvanskeligheder. Teamet overvejer, om der er elever, der vil profitere af et sådan forløb og går i dialog med den faglige leder.
- * Vi igangsætter konkrete opfølgende initiativer så tidligt som muligt i undervisningen.
- * Vi tilrettelægger supplerende undervisning for elever i matematikvanskeligheder og elever med særlige forudsætninger, når disse elever over tid ikke er i progression.

Refleksion i fagteamet

- * Hvordan spotter vi elever med særlige forudsætninger og elever i matematikvanskeligheder?
- * Hvordan kan kurser i matematik for forældre virke understøttende for elevernes læring?
- * Hvordan vil vi placere vores elever i de fire kategorier i James Nottinghams model? Har vi elever, der ikke er i progression? Er der nogle af disse elever, der er i risiko for at udvikle et negativt fagsyn, matematikangst, dårlige arbejdsvaner eller et lavt selvværd? Hvilke indsatser kalder det på for disse elever?
- * Hvilke foregribende og indgribende indsatser kan og vil vi tilbyde på vores skole?
- * Med henblik på at opnå indsigt i, hvor vanskelig ti-talssystemet kan være, kan fagteamet arbejde med seks-talssystemet på et møde.

Hvor ved vi det fra?

- Om udvikling af god evalueringspraksis med brug af data

Hverdagens undervisningssituationer giver os masser af viden og information omkring den enkelte elevs læring og progression samt klassens læringskultur. Vi vil i dette afsnit se på, hvordan vi i højere grad kan arbejde systematisk med indsamling af viden via observationer, samtaler og test, og på hvordan vi kan bruge denne viden i vores professionelle samarbejde.

Hvorfor?

Ved at anvende data kvalificeres vores viden om den enkelte elevs læring og progression. Dette professionelle fokus vil forventeligt danne et grundlag for at skabe øget læringsprogression hos den enkelte elev og vil desuden bidrage til en kontinuerlig udvikling af egen praksis som matematiklærer.

Hvordan?

Elevernes matematikkompetencer består af et facetteret sæt af komponenter, som nødvendigvis også må kalde på et facetteret syn på, hvordan vi indsamler data om elevernes læring og progression. Med andre ord, hvordan finder vi de relevante data, der tilsammen siger noget om elevernes matematikkompe-

tencer? I det perspektiv er det vigtigt, at vi gør os overvejelser om styrker og svagheder ved brug af henholdsvis kvantitative og kvalitative data.

Kvantitative data

Matematiklærerne har i dag en række adgange til både kvantitative og kvalitative datakilder. Men det er tydeligt, at de kvantitative datakilder fylder mest i vores evalueringspraksis. Dette skyldes måske, at de nationale test lovgivningsmæssigt dikterer, at disse test skal udgøre afsættet for målingen af den nationale målsætning, samt at prøvekaraktererne ved 9. klasseprøverne har stor indflydelse på elevernes muligheder for at komme videre til ungdomsuddannelserne. Endelig anvendes karaktererne ved 9. klasseprøverne til at måle og sammenligne skolernes faglige niveauer.

De kvantitative data anvendes primært til at foretage en *summativ* evaluering af elevens *w*. En summativ evaluering, baseret på kvantitative data, kan anvendes til at sammenligne en gruppe elevers præstationer (klasser, årgange). Kvantitative data er med andre ord stærke til at skabe et overblik over en stor gruppe elevers faglige præstationer.¹⁸

¹⁸ Undervisningsministeriet 2010: Målstyring og evaluering, side 34 ff.

Eksempler på kvantitative og kvalitative data

Kvantitative datakilder:

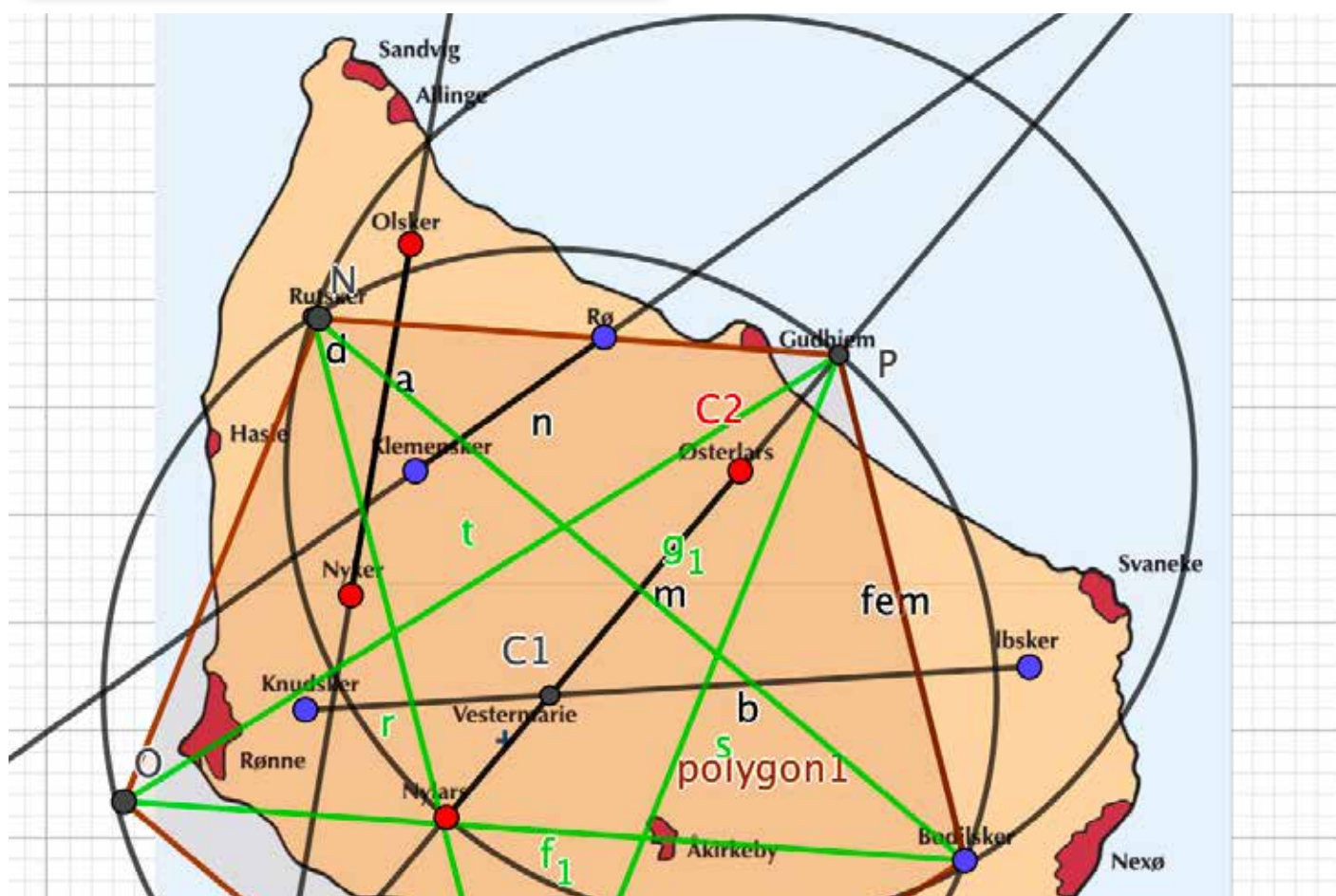
Nationale test
Standardiserede test
9. klasses afgangseksamen

Kvalitative datakilder:

Skriftlige opgaver
Observationer
Feedbacksamtaler
Fokusgruppeinterviews
Elevers rapporter/porteføljer

Kvalitative data

De kvalitative datakilders styrker er omvendt, at de i udgangspunktet har et stærkere *formativt* evalueringssigte: De er kontekstspecifikke og skabes på baggrund af lærerens observationer i praksis, og endelig er de i højere grad fokuseret på *dialog* og *feedback* mellem læreren og eleven om den enkelte elevs læring og progression¹⁹. Kvalitative data er i dette perspektiv rettet mod den enkelte elevs *egen* læring over tid og er derfor meget velegnede til at sige noget om elevens matematikkompetencer og progression. For netop at styrke elevernes matematikkompetencer er det vigtigt, at vores evalueringspraksis, i højere grad end det er tilfældet nu, bliver suppleret med flere kvalitative datakilder.



Mål

Elevernes matematiske kompetencer evalueres gennem en systematisk og struktureret indsamling af kvalitative og kvantitative data.

Handling

- * Der skal afholdes læringskonferencer på den enkelte årgang med fokus på elevernes progression. Ved disse læringskonferencer bringes både kvantitative og kvalitative data i spil.
- * Skolen udvikler et evalueringsdesign til brug ved læringskonferencen.

Læringskonferencen:

Som lærer har man naturligvis kontinuerligt et billede af, hvordan den enkelte elevs læring og udvikling ser ud, men læringskonferencen er et nedslag, hvor vi *sammen* kigger særligt på de elever, hvor der med udgangspunkt i de udvalgte data ses en manglende progression.

Læringskonferencen skaber således et rum for samtaler om og opfølgning på elevernes matematikkompetencer og læringsprogression. Konferencen planlægges og gennemføres af den ansvarlige faglige leder i samarbejde med de faglige vejledere. Hele årgangsteamet deltager i læringskonferencen. På de fleste skoler er konferencen fælles for dansk og matematik.

Før

Matematikvejlederen står for planlægningen af den matematikfaglige del af forberedelsen til læringskonferencen og vejleder således teamet omkring relevant testning og anden dataindsamling. Vejleder og team laver en grundlæggende kortlægning af klassen forud for konferencen.

Under

På selve konferencen arbejdes der med en triangulering af data. Det vil sige, at analyse af flere datakilder bringes i spil til at belyse den enkeltes faglige progression. Der udarbejdes en konkret handleplan for de elever, der ikke er i faglig udvikling. Lige så vigtigt skal konferencen give plads til en didaktisk refleksion over egen praksis.

Efter

Matematikvejlederen hjælper teamet med at tilrettelægge, gennemføre og evaluere konkrete tiltag i undervisningen jf. den aftalte handleplan.

Den enkelte elevs læringsprogression forfølges nøje - for eksempel via lærings-samtaler i teamet.

I **Bilag 6** og **7** findes beskrivelse af en læringskonference samt et eksempel på et evalueringsdesign.

Refleksion i fagteamet

- * Hvordan og hvornår arbejder vi på vores skole med henholdsvis kvalitative og kvantitative data i matematik? Har vi en god balance?
- * Hvordan udvikler vi på vores skole læringskonferencen? Hvilke datakilder vælger vi at inddrage på konferencen?
- * Hvordan arbejder vi henimod, at der i højere grad anvendes kvalitative data til evaluering af elevernes matematikkompetencer?



Professionelle læringsfællesskaber

- De fagprofessionelles samarbejde om matematikundervisningen

For at realisere de konkrete handlinger og mål, som vi peger på i denne handleplan, bliver det essentielt, at der på skolerne er fokus på, hvordan kompetenceudvikling og kapacitetsopbygning kan bidrage til at udvikle matematikundervisningen og elevernes læring. Kompetenceudvikling handler om at sikre en løbende og vedvarende skabelse af ny viden til de fagprofessionelle (de faglige ledere, matematikvejlederne og matematiklærerne) om, hvad der bidrager til god matematikundervisning. Kapacitetsopbygning handler om, hvordan denne viden mest effektivt kan bringes i spil og organiseres mellem de fagprofessionelle på de enkelte skoler, så den skabte viden bliver realiseret i matematikundervisningen. Dette perspektiv på, hvordan man kan øge elevernes læring gennem tæt samarbejde mellem alle skolens professionelle aktører, benævnes også i organisationsforskningen som opbygningen af *professionelle læringsfællesskaber (PLF)*.

Hvorfor professionelle læringsfællesskaber?

Nyere forskning på området understøtter vigtigheden af en deprivatisering af selve undervisningsopgaven og et stærkere samarbejde mellem lærerne og skoleledelsen om udviklingen af den gode matematikundervisning²⁰. Ved udveksling af viden, erfaring og støtte bliver de fagprofessionelle dygtigere, og elevernes læring øges. Dette kalder på et tæt og professionelt kollegialt samarbejde, hvor eksempelvis matematiklærerne er sammen om både planlægning, evaluering og udvikling af matematikundervisningen.

Danmarks lærerforening har tilbage i 2002 formuleret et professionsideal, herunder særligt fremhævet samarbejdsevnen som noget helt afgørende: *"Læreren vil indgå ligeværdigt og loyalt i samarbejde med kolleger og påtage sig medansvar for fælles faglig og pædagogisk refleksion og udvikling"*²¹.

20 DuFour & Marzano, 2015 s. 30 ff., Hargreaves & Fullan, 2016, s. 137 ff., Albrechtsen 2015, s. 12 ff.

21 For inspiration til flere typer af kvalitative datakilder til brug ved evaluering, se Andersen (2004), s. 89 ff. og Madsen (2006), s. 67 ff.

Dette ideal understøtter visionen i handleplanen, nemlig at et tættere samarbejde mellem de centrale aktører i matematikundervisningen: skolernes faglige ledere, matematikvejlederne og lærerne, vil kunne bidrage til en stærkere vidensopbygning på skolerne, som igen vil bidrage til udviklingen af matematikundervisningen.

Hvordan?

Svaret er etablering af stærkere og tættere matematik-fagfællesskaber på den enkelte skole, hvor matematiklærerne oplever at være sammen om udviklingen af god matematikundervisning. Helt konkret tager fagfællesskaberne afsæt i skolernes årgangsteam, afdelingsteam og fagteam.

Det er i høj grad skoleledelsens opgave, i samarbejde med skolernes matematikvejledere, at få etableret de stærke fagfællesskaber.

Fagfællesskaberne skal:

- * Drøfte fagdidaktik og læring: analysere data omkring elevernes læring og progression og sammenholde denne data med undervisningspraksis på klasser/årgange/afdelinger.
- * Fokuserer på emner og generelle forhold i matematikundervisningen, der er centrale for elevernes læring.
- * Dele forskningsbaseret viden og praksis omkring den gode matematikundervisning.

Skoleportalen og Aula som centrale videndelingsplatforme

Som kommune har vi fokus på at understøtte vores samarbejdsstrukturer digitalt.

Vi har Skoleportalen, hvor vi samarbejder om at udvikle læringsforløb og videndeler på tværs af kommunens skoler. I Skoleportalen kan man til enhver tid finde andre matematiklæreres undervisningsforløb, lade sig inspirere og videreudvikle på forløbet og derefter bruge det i egen praksis.

Det er endnu for tidligt at give et endeligt signal af de muligheder, som Aula vil kunne give for en udvikling af matematikundervisningen i Gladsaxe, men handleplansgruppen ser store muligheder i Aula, hvor grupper af matematiklærere på en nem og tilgængelig måde vil kunne kommunikere og dele viden omkring deres undervisningspraksis og dermed underbygge samarbejdet omkring matematik på tværs af skolerne. Handleplansgruppen vil følge implementeringen af Aula tæt og sikre, at denne platforms potentielle muligheder udnyttes bedst muligt.

Vejlederrollen

På alle skoler i Gladsaxe bør der findes en til to uddannede matematikvejledere. Vejlederne er faglige fyrtårne, der har den nyeste viden på området inden for matematik. I vejlederrollen på skolen arbejdes særligt med:

- * I samarbejde med faglig leder at give denne handleplan liv og eftersætte de konkrete handlinger, herunder udvikling af det tætte fagprofessionelle samarbejde og videndeling mellem matematiklærerne.

- * At være medpraktiserende deltager i planlægning, gennemførelse og evaluering af lærernes undervisningsforløb.
- * At rådgive og sparre med matematiklærerne om deres undervisningspraksis.

ordnet set udstikke retningen for de initiativer, som skal iværksættes i relation til handleplanen. En tovholdergruppe under LOS vil sikre, at der indgås et tæt samarbejde med skolernes vejledere om, hvordan de forskellige faglige tiltag, der understøtter handleplanens målsætninger jf. oversigten side 60, skal iværksættes og ikke mindst, hvad det faglige indhold i indsatserne mere konkret skal være.

Vejledernetværk

Matematikvejlederne forankres i et formelt kommunalt netværk med fokus på at udvikle en fælles vejlederkultur, der sigter mod et langsigtet arbejde, der forandrer og kvalificerer den kompetente undervisningspraksis.

Vejlederne får også en central rolle i forhold til realisering af handleplanen. LOS vil over-

Mål

- * Forberedelse, evaluering og udvikling af matematikundervisningen finder sted i et tæt samarbejde mellem de fagprofessionelle: den faglige leder, matematikvejlederen og matematiklærerne.

Handling

- * Den enkelte skole skal styrke fagfællesskaber, hvor den enkelte matematiklærer indgår i et forpligtende, professionelt samarbejde i årgangsteamet og fagteamet omkring udvikling af matematikdidaktik og -undervisning samt udvikling af kollegial feedback.
- * De enkelte skolers ledelsesteam skal prioritere matematikvejlederens rolle på skolen og i forhold til handleplanens model for kapacitetsopbygning.
- * Skoleledelsen/den faglige leder er en aktiv medspiller i forhold til at fremme lærernes faglige læring og udvikling.
- * Skoleledelsen skal medvirke til at sikre legitimitet og udvikling af vejlederrollen på skolen.

Refleksion i fagteamet

- * I hvilken grad danner overvejelser om vores undervisningspraksis afsæt for refleksioner i årgangsteamet og fagteamet?
- * Hvordan anvender vi matematikvejlederen som sparringspartner i forhold til vores undervisningspraksis?
- * I hvilken grad danner vurderinger af elevernes progression afsæt for drøftelser i årgangsteamet og fagteamet?
- * I hvilken grad danner årgangsteamet og fagteamet afsæt for en drøftelse af elevernes progression i forhold til vores undervisningspraksis?

Kapacitetsopbygning

- * Ovennævnte mål og handlinger vil medføre en løbende professionel kapacitetsopbygning af fagområdet matematik. Handleplansgruppen vil endvidere tage initiativer til kompetenceudvikling på konkrete og aktuelle områder:
- * Der tilrettelægges årligt tilbagevendende kompetenceudviklingsforløb med fokus på temaerne i handleplanen og med inddragelse af nyeste viden inden for matematikfaget.
- * I et samarbejde med Danmarks Matematiklærerforening og A. P. Møllerfonden gennemføres i 2018-20 et forløb omkring brugen af CAS-værktøjer i matematikundervisningen for alle matematiklærere på 4.-10. årgang.
- * To gange årligt vil matematikvejledere og en faglig leder fra hver skole blive inviteret til udviklingsmøder omkring udviklingsarbejdet ud fra handleplanen.

"Det vigtige er
at blive ved med
at stille spørgsmål"

- Albert Einstein

Næste skridt

- Vores fælles arbejde med matematikhandleplanen de kommende år

Denne matematikhandleplan er fyldt med matematikfaglige *intentioner* og dertil knyttede *handlingsanvisninger*. Rom blev ikke bygget på én dag, men det er vigtigt, at vi går i gang – sammen! Vi vil her slutteligt ridse op, hvordan vi tænker, at handleplanen bliver til virkelighed på skolerne.

Essentielt bliver videreudvikling af et stærkt **fagteam** på den enkelte skole. Et fagteam, som kan være et fælles refleksionsrum og et fælles anker i forhold til den forandringsproces, vi er i. Et fagteam, som også anser fælles faglig forberedelse som en kvalitet og naturlig praksis. Fagteamet drives af de(n) matematikvejleder(e), der er på skolen.

Kommunalt bliver matematikvejlederne bundet sammen i et **vejledernetværk**, der mødes cirka en gang i kvartalet. Dette netværk ledes af den kommunale matematikvejleder, og der fokuseres særligt på realiseringen af denne handleplan. Både fagteamene på skolerne og det kommunale vejledernetværk understøttes af en faglig leder på hver skole med særligt ansvar for faget matematik.

Vi vil de kommende år på skift fokusere på særlige områder i handleplanen. Et fokusområde strækker sig over to skoleår. Den konkrete plan ser sådan ud:

2018-2019	2019-2020	2020-2021	2021-2022	2022-2023
Undersøgende og eksperimenterende matematikundervisning				
Professionelle læringsfællesskaber				
Udvikling af evalueringspraksis				
Matematik med IT				
	Sproglig udvikling			
		Regnestrategier		
			Elever med særlige forudsætninger eller behov	

Vi vil de kommende år invitere til **Matematikkens dag i uge 32**, og ligeledes løbende udbyde kurser og forløb, der understøtter de særlige fokusområder.

Sluttelig vil vi som arbejdsgruppe ønske jer god arbejdslyst på skolerne.

Arbejdsgruppen omkring tilblivelsen af matematikhandleplanen består af:

Ole Hovmand, skoleleder på Vadgård Skole og formand for arbejdsgruppen

Kathrine Iversen, kommunal læringsagent for matematik samt lærer og matematikvejleder på Mørkhøj Skole

Camilla Simonsen, lærer og matematikvejleder på Bagsværd Skole

Dorte Vestergaard Hansen, lærer og matematikvejleder på Søborg Skole

Katrine Dollerup Hartmann, konsulent i Skoleafdelingen

Rita Irgens, faglig leder på Vadgård Skole

Gitte Friis, faglig leder på Søborg Skole

Talita Salqvist, kommunal digital læringsagent i Skoleafdelingen

Gladsaxe, juni 2019

Litteraturliste

Andersen, M. W. & Weng, P (red.) (2013): Håndbog om matematik i grundskolen - læring, undervisning og vejledning. Dansk psykologisk Forlag.

Andersen, Michael (2004): Intern evaluering af undervisningen. Gyldendals lærerbibliotek.

Baltzer, Kyed, Nissen, Voigt (2006): Skolens møde med elever med særlige forudsætninger – et forsknings- og udviklingsprojekt i Lyngby-Taarbæk Kommune 2001-2005.

Baltzer, Kirsten (2006): Elever med særlige forudsætninger – skolens arbejde med talentpleje, i tidsskriftet KVAN, nr. 75, 26. årgang.

Blomhøj, Morten (2016): Fagdidaktik i matematik. Frederiksberg; Frydenlund Academic

DuFour & Marzano, (2015): Professionelle læringsfællesskaber. Dafolo.

Emu.dk:

<https://arkiv.emu.dk/modul/om-sproglig-udvikling>

<https://arkiv.emu.dk/modul/sproglig-udvikling-vejledning>

<https://emu.dk/sites/default/files/2018-12/GSK.%20F%C3%A6lles%20M%C3%A5l.%20Matematik.pdf>

<https://arkiv.emu.dk/modul/digitale-v%C3%A6rkt%C3%B8jer-i-matematik>

<https://emu.dk/sites/default/files/2018-12/GSK.%20L%C3%A6seplan.%20Matematik.pdf>

EVA: Den gode evaluering.

Fich, Ole (1999): Matelogik, Forlaget Selund.

Fich, Ole (2001): Mere matelogik, Forlaget Selund.

Fredheim, Gerd (2006): At læse for at lære, en praksisbog i læringsstrategier. Gyldendal.

Hargreaves, Andy & Fullan, Michael (2016): Professionel kapital. En forandring af undervisningen på alle skoler. Dafolo

Heckmann, Lene & Nybo, Thomas (2018): "Det gode PLF". Dafolo.

Hook, Pam: <http://pamhook.com/>

Jess, Kristine & Skott, Jeppe & Hansen, H.C.(2009): Elever med særlige forudsætninger, afsnit i Elever med særlige behov, Forlaget Samfundslitteratur.

Kragh, Leif (2003): Hvad skal vi med dem der kan det hele i forvejen?, i Tidsskriftet Matematik, nr. 2, 2003

Kristiansen, Heidi (2010): kap. 9 i Faglig læsning for matematiklæreren. Gyldendal.

Kyed, Ole (2001): Projekt: Skolens møde med elever med særlige forudsætninger. Informationsfolder til lærere og forældre, PPR i Lyngby-Taarbæk Kommune.

Kyed, Ole (2002): Elever med særlige forudsætninger – nogle perspektiver, i Kyed & Baltzer (2002): Undervisning af elever med særlige forudsætninger, Kroghs forlag.

Lunde, Olav (2018): Når tal giver kaos. Specialpædagogisk Forlag

Madsen, Claus (2006), in Madsen (red.): Evalueringsfaglighed i skolen. Forlaget Unge Pædagoger.

Mogensen, Arne (2004): Dygtige elever – en faglig udfordring i matematik, Århus Kommune & Århus Dag- og Aftenseminarium.

Nitschke, Eva (2005): Kloge børn i Klemme, i Psykolog Nyt, nr. 13, 2005.

Nottingham, James (2014): Udfordrende læring. Dafolo.

Pind, Pernille: Åben og undersøgende matematik. Pind og Bjerre.

Pind, Pernille: Matematik for alle – Håndbog i matematikundervisning. Pind og Bjerre.

Pind, Pernille (2014): Knæk regnekoden, fra tælling til regning. Forlaget Pind og Bjerre

Pind, Pernille (2014): Matematik for alle. Forlaget Pind og Bjerre

Skott, Jeppe & Jess, Kristine & Hansen, H.C.(2008): Delta Fagdidaktik, Forlaget Samfundslitteratur.

Sunde, Pernille og Pernille Pind (2014): RoS/Test. Forlaget Pind og Bjerre

Sunde, Pernille og Pernille Pind (2014a): RoS/Kuffert plus. Forlagte Pind og Bjerre

Tiedemann, Anker (2018): Den røde prik, Forlaget Matematik.

Tiedemann, Anker (2013): Den gyldne femkant, Forlaget Matematik.

Tiedemann, Anker (2009): Pythagoras' firkant, Forlaget Matematik.

Tiedemann, Anker (2005): Forstyr ikke mine cirkler, Forlaget Matematik.

Tiedemann, Anker (2001): Matemagi, Forlaget Matematik.

Undervisningsministeriet 2010: Målstyring og evaluering

UVM.dk:

<http://static.uvm.dk/Publikationer/2002/kom/hel.pdf>, afsnit 4.3.3

https://www.youtube.com/watch?v=h_mni6G8RN4

<https://pindogbjerre.dk/laesestof/matematik-i-boernehaveklassen/>





BILAG

Handleplan for Matematik i Gladsaxes skoler

BILAG 1		side 2
BILAG 2		side 3
BILAG 3		side 4
BILAG 4		side 5
BILAG 5		side 8
BILAG 6		side 10
BILAG 7		side 11

BILAG 1

Digitale værktøjer

Inspiration til arbejdet med digitale værktøjer i løbet af skoleforløbet:

	Indskoling	Mellemtrin	Udskoling
Almene programmer	Keynote, Bookcreator, Puppets, Pages	Powerpoint, Prezi, Word	Powerpoint, Prezi, Word
Værktøjsprogrammer	Numbers, Excel, GeoGebra, Lommeregner og Ur-funktion, derudover se listen med apps	Excel, CalcMe, Ti-Nspire, MatematikAn, GeoGebra	Excel, CalcMe, Ti-Nspire, MatematikAn, GeoGebra
Undervisningsprogrammer	Forskellige matematikportaler, fx Gyldendal. Derudover er der nogle skoler der har valgt færdighedstræningsprogrammer som Emat og Matematikfessor	Forskellige matematikportaler, fx Gyldendal. Derudover er der nogle skoler der har valgt færdighedstræningsprogrammer som emat og matematikfessor	Forskellige matematikportaler, fx Gyldendal. Derudover er der nogle skoler der har valgt færdighedstræningsprogrammer som emat og matematikfessor

Anbefaling af værktøjs-apps til indskoling:

Apps:	Hvad indeholder de?
Think 3D free	Centicubes
Dice	Terninger
Numberrack	Kugleramme
Geoboard	Sømbræt, også med koordinater
Pattern Shapes	Former og figurer
NumberLine	Tallinje man kan regne/hoppe på

BILAG 2

Karakteristik af børn med særlige forudsætninger

Velbegavede elever	Elever med særlige forudsætninger
Kender svarene	Stiller spørgsmålene
Er interesseret	Er ekstremt nysgerrig
Har gode idéer	Har vilde, skøre idéer
Arbejder hårdt	Beskæftiger sig med andre ting, men klarer sig godt
Svarer på spørgsmål	Diskuterer i detaljer og er omstændelig
Befinder sig i toppen af klassen	Er forud for klassen
Lytter med interesse	Viser stærke holdninger og synspunkter
Lærer let	Ved det allerede
Har det godt med kammeraterne	Foretrækker voksne
Er modtagelig	Er intens
Kopierer nøjagtigt	Skaber nyt
Holder af at gå i skole	Holder af at lære
Modtager information	Bearbejder information
Tekniker	Opfinder
Husker godt	Gætter godt
Holder af logisk opbygget læring	Trives bedst med kompleksitet
Er bevidst	Er ivrigt observerende
Er tilfreds med egen læring	Er meget selvkritisk

BILAG 3

Positive og negative sider ved at have særlige forudsætninger

Positivt	Negativt
Har let ved at læse	Bliver ligeglad, forsømmer detaljer, modtager ikke vejledning
Kan ræsonnere abstrakt	Stræber mod lette løsninger, finder på undskyldninger, bliver virkelighedsfjern
Spørger og udvikler kritisk sans	Utålmodig og kritisk over for andre, er anderledes, skaber problemer med kammeraterne
Kan arbejde selvstændigt. Formulerer enestående idéer	Bliver meget elitær, passer ikke i sammenhængen, skiller sig ud
Besidder en udviklet sans for humor	Sarkastisk grænsende til det grusomme
God hukommelse og analyseevne	Bryder sig ikke om rutiner, opgaver og keder sig
Arbejder målbevidst	Stædig, vil ikke ændre retning
Har flere interesser	Interesseret i et enkelt, snævert afgrænset felt
Ivrig, opvakt, højt energiniveau	Mister interessen, hvis det ikke går som han/hun vil
Modtagelig og følsom	Skrøbeligt ego, ekstremt følsom overfor kritik

BILAG 4

Tolv teser for en tilstrækkelig matematikundervisning

På trods af en eventuel tidlig indsats, er der stadig elever der kæmper ualmindelig meget med matematikken. Matematikvanskeligheder, herunder dyskalkuli og talblindhed, er problemer der berører de udsatte hårdt.

Pernille Pind har udviklet metoden Taltryk, der kan hjælpe disse elever fra 4. til 10. klasse, ved at træffe valg for eleven, og fokusere på det tilstrækkelige.

Taltryk baserer sig på 12 teser for en tilstrækkelig matematikundervisning. Ti, der er rettet mod eleverne, og to, der er rettet mod lærerne. Ti teser om eleven

1. Eleven skal sige matematik højt.
2. Eleven skal lære at genkende regning i hverdagssprog.
3. Eleven skal lære simple, fleksible regnemetoder.
4. Eleven skal lære at bruge formler.
5. Eleven skal arbejde med kropslige erfaringer indenfor matematik.
6. Eleven skal arbejde med et passende antal cifre.
7. Eleven skal lære at bruge lommeregner.
8. Eleven skal lære at bruge CAS.
9. Eleven skal bruge strategien LOVPORT.
10. Eleven skal arbejde med matematiske hverdagserfaringer.

Eleven skal sige matematik højt

Eleven skal lære at sige tal, regnestykker og tabeller højt, læse definitioner og tekstopgaver højt og så videre. Og eleven skal lære at forklare hvad han tænker og gør. De mundtlige udtryk etablerer sig efterhånden som mentale indtryk.

Formålet er, at eleven på sigt kan arbejde selvstændigt.

Eleven skal lære at genkende regning i hverdagssprog

Eleven skal lære at undersøge tekster for de formuleringer der afgør hvilken regningsart der skal bruges. Eleven skal også lære at omformulere tekster, så det bliver tydeligere hvilken regningsart der skal bruges. For eksempel er teksten "hvor meget skal man lægge til for at få?" udtryk for subtraktion, og "hvor meget skal man gange med for at få?" udtryk for division.

Formålet er, at sætte elever i stand til arbejde med matematik i tekstopgaver.

Eleven skal lære simple, fleksible regnemetoder

Eleven skal kunne huske regnemetoder så godt, at de også kan bruge dem når de forlader skolen. Hellere bruge besværlige metoder end svære metoder. Eleven skal for eksempel lære metoden "De store først" for addition, "Opfyldning" for subtraktion, "De store først" for multiplikation og "Dele ud" for division. Fleksibiliteten i regnemetoderne gør, at der kan foretages forskellige valg

undervejs.

Formålet er, at eleverne forstår og behersker metoderne, så de kan regne uden lommeregner.

Eleven skal lære at bruge formler

De elever, der ønsker en ungdomsuddannelse, skal lære at forstå hvad en formel er, hvad bogstaver kan udtrykke og hvordan man erstatter bogstaver med tal i formler.

Formålet er, at eleven kan håndtere formler i videregående skolegang.

Eleven skal arbejde med kropslige erfaringer indenfor matematik

Meget kan huskes med kroppen, f.eks. antal, afstande/længder, vægt, former og retning. Eleven skal arbejde med at få etableret disse kropslige erfaringer og lære at få dem frem igen og bruge dem.

Formålet er, at øge antallet af indre repræsentationer af matematiske begreber.

Eleven skal arbejde med et passende antal cifre

De elever der har meget svært ved at arbejde med tal med mange cifre, skal lære at smide cifre væk, så der kun er en eller to cifre forskellig fra nul tilbage. Nogle elever vil aldrig gå i gang med en opgave med tal som 1253 eller 567.900. Men løser den tilsvarende opgave hvis tallet er 1000 eller 500.000.

Formålet er, at eleven kan finde et resultat – og endda i den korrekte størrelsesorden.

Eleven skal lære at bruge lommeregner

Eleven skal blive fortrolig med brug af lommeregner, både skolens lommeregner og deres egen lommeregner på mobiltelefonen. I undervisningen skal det være naturligt at bruge lommeregner, når fokus i undervisningen ikke direkte er på træning af regnemetoder.

Formålet er, at eleven behersker dagligdagens mest nyttige matematikhjælpemiddel.

Eleven skal lære at bruge CAS

De elever, der ønsker en ungdomsuddannelse, skal lære at bruge et matematisk skriveværktøj med Computer Algebra System (CAS), dvs. et værktøj der kan skrive matematik og regne med både tal og bogstaver, for eksempel Word 2007. Med et CAS værktøj er der ingen forskel på at finde B når $B=56:1,72$ eller finde v når $22=v:1,72$. Begge dele tastes ind præcis som de står, og der trykkes "Solve".

Formålet er, at eleven kan arbejde med mere avanceret matematik end ellers.

Eleven skal bruge strategien LOVPORT

LOVPORT står for 7 skridt i en problemløsningsstrategi: Læs, omformuler, visualiser, planlæg, overslag, regn og tjek. Eleven skal lære at stille sig selv de spørgsmål og stikord der hører til de 7 skridt.

Formålet er, at eleven får en strategi til at arbejde med enhver matematisk problemløsning.

Eleven skal arbejde med matematiske hverdagserfaringer

Eleven skal kontinuerligt arbejde med at etablere flere hverdagserfaringer, for eksempel ved at måle konkrete længder, foretage vejninger, bestemme rumfang, måle temperaturer, gå i

supermarkedet og byggemarkedet, se på kort og læse avisen.

Eleven skal sammenligne deres hverdagserfaringer med beregnede resultater, så han kan vurdere rimeligheden af de beregnede.

Formålet er, at eleven kan forholde sig nøgternt til de tal og beregninger han møder i sin hverdag.

To teser om læreren

1. Læreren skal forklare mindre.
2. Læreren skal fokusere på helhederne.

Læreren skal forklare mindre

Læreren skal i sine forklaringer tænke i KISS: Keep it short and simple. Det centrale er at få forklaret begrebet/metoden på en måde så eleven selv kan arbejde videre med det. For eksempel kan læreren forklare hvad procent går ud på ved at bruge forskellige repræsentationer og udnytte sammenhængen til kendte brøker, men undlade regnereglerne som "Du skal dele med tallet og gange med hundrede".

Formålet er, at få eleverne til at tænke med, og ikke blot vente på at få en algoritme, de alligevel glemmer.

Læreren skal fokusere på helhederne

Læreren skal veksle mellem detaljer og helheder. I matematik er det (på grund af fagets meget stringente natur) nærliggende at koncentrere sig om detaljer og glemme helhederne, hvilket begrænser forståelsen, og dermed frustrerer mange elever. Helheder inddrages i undervisningen ved at arbejde med billeder, konkrete materialer og fortællinger.

Formålet er, at skabe mentale billeder som elevens forståelse kan knyttes til.

BILAG 5

Tidlig indsats for elever i matematikvanskeligheder

Tidlig indsats handler om:

- At forældre og fagprofessionelle reagerer og handler tidligt og koordineret, når de ser signaler på vanskeligheder.
- At man sætter tidligt ind i barnets liv med forebyggende indsats, der sikrer, at børns vanskeligheder ikke får lov at vokse.
- Jo tidligere en elev får støtte, desto større er sandsynligheden for, at de overvinder vanskelighederne.
- Jo tidligere man kan sætte ind, jo mindre kræver indsatsen. Det er lettere at ændre f.eks. en misopfattelse, hvis den er ny, end hvis den gennem længere tid har stadfæstet sig. Det handler om hurtigst muligt at tilbyde eleverne den hjælp, der kan bringe dem til at forstå matematikken.
- Hvis en elev udvikler matematikvanskeligheder og ikke får den rette støtte, ses at en del af disse elever tillige udvikler blokeringer og usikkerhed over for matematikfaget, hvilket i værste fald kan udvikle sig til matematikangst.
- Risiko for matematikvanskeligheder skal opdages tidligt, og det er derfor muligt at sætte tidligt ind for derved at mindske konsekvenser af svagere forudsætninger.

Inkluderende indsats

- Eleven er med i undervisningen uanset niveau i matematikudviklingen og deltager i det faglige fællesskab - evt. med it eller lettere/sværere opgaver relateret til det fælles emne.

Forbyggende indsats

- For alle elever skal der være fokus på genkendelse af regning i hverdagssprog, og at eleverne siger matematikken højt. Der skal udvikles god talfornemmelse, og eleverne skal lære simple, fleksible regnemetoder til opgaver med et passende antal cifre. Fokus på brugen af lommeregner og andre hjælpemidler. Eleverne skal lære at bruge problemløsningsmetoder samt vænne sig til at gætte.

Foregribende indsats

- Målrettet indsats for elever i risiko for at udvikle matematikvanskeligheder. Systematisk arbejde med opmærksomhedspunkterne i Fælles Mål - særligt talforståelse og regnestrategier.
- Samarbejde med matematikvejleder og evt. PPR.
- Målrettet indsats for elever med særlige forudsætninger. Eleverne arbejder med sammen med problemstillinger og modelleringsopgaver, der fordre samarbejde, notatteknik og får eleverne til at skulle stå på tæer. Den foregribende indsats er vigtig, når denne type elever er i fare for at udvikle dårlige arbejdsvaner eller forstyrrende adfærd i undervisningen.

Indgribende indsats:

- Indgribende indsatser for elever i matematikvanskeligheder er nødvendige, når det trods systematiske indsatser stadig er svært for eleven at udvikle grundlæggende matematiske færdigheder. Da matematiske færdigheder dækker over mange områder, kan der med

fordel foretages en form for kortlægning/screening af eleven for at afdække den/de specifikke vanskeligheder. Der udarbejdes en handleplan for eleven, plan for indsatser udarbejdes i teamet evt. i samarbejde med matematikvejleder. Indsatser kan være TIMM, RoS-kursus-forløb, deltagelse i Læringscamp eller supplerende undervisning med særligt matematikfagligt fokus.

- Indgribende indsatser for elever med særlige forudsætninger kan være kærkomne, hvis eleven er så nysgerrig og talentfuld i forhold til matematik, at eleven ikke oplever faglig sammenhørighed med andre på skolen. Et samarbejde med gymnasieklasser eller deltagelse i matematikkonkurrencer er gode indgribende indsatser.

BILAG 6

Information om læringskonferencer 2019



Til årgangsteamet

På Søborg Skole fortsætter vi arbejdet med *læringskonferencer* på 1.-8. årgang.

Læringskonferencerne placeres som regel der, hvor årgangene i forvejen afholder teammøder. Til læringskonferencerne deltager årgangens primærlærere, faglig leder samt læse -og matematikvejleder.

Formål

Læringskonferencerne skal bidrage til at give lærere, vejledere og ledere et aktuelt blik på klassernes generelle faglige ståsted og elevernes læringsprogression. Alt sammen med henblik på at skabe de bedst mulige rammer for undervisningen og elevernes læring fremadrettet.

Fokus på konferencen er *dansk og matematik*.

Forberedelse til konferencen

Selve dagsordenen til konferencen udarbejdes af faglig leder i samarbejde med vejlederne.

Teamet forbereder sig på et forudgående teammøde ved at udfylde vurderingsarkene omkring fagsyn, arbejdsindsats og progression. Endvidere medbringes evt. noter fra seneste elevsamtaler eller skole-hjem-samtaler.

Vejlederne forbereder oversigt over faglige testresultater.

Selve konferencen

På læringskonferencen sammenholdes informationer fra de forskellige datakilder (faglige test, lærernes intuitive vurdering byggende på dagligdags observationer, viden fra elevsamtaler/skole-hjem-samtaler).

Der vil til konferencen blive sat fokus på de elever der ikke er i faglig udvikling. Endvidere vil konferencen give plads til en didaktisk refleksion over undervisningspraksis omkring klasserne.

Vi vedhæfter en konkret plan for placeringen af de forskellige læringskonferencer.

Vi ser frem til udbytterige møder.

Venlig hilsen

Vejledere og ledelse

MATEMATİK

[illegible]